Муниципальное бюджетное образовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная школа №15»

имени сотника Гречишкина Андрея Леонтьевича

Конспект урока геометрии

«Задачи на нахождение угла между двумя прямыми, угла между прямой и плоскостью**»**

11 класс

Составитель Агаджановой И.Н.

учитель математики МБОУ «СОШ № 15»

2023 г

План-конспект проведения урока

Предмет: «Геометрия».

Класс 11.

Тема урока: «Задачи на нахождение угла между двумя прямыми, угла между прямой и плоскостью».

Используемый УМК: компьютер, мультимедийная установка.

Цель урока:

Образовательная:

1. Закрепить навыки по умению решать задачи на нахождение площадей фигур на клетчатой бумаге; вспомнить формулу для вычисления диагонали параллелепипеда.
2. Показать, как решаются задачи на нахождение угла между двумя прямыми и между прямой и плоскостью с помощью координатного метода.
3. Научить применять этот метод на практике.

Развивающая:

1. Работать над развитием понятийного аппарата;
2. Развивать навыки самоконтроля.

Воспитательная:

1. Воспитывать честность, ответственность;
2. Воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов.

На доске:

Число, тема урока;

На партах учащихся:

Дневник, учебник, тетрадь, линейка, ручка, подписанный тетрадный лист.

Ход урока:

1 этап. Организационный момент.

Приветствие. Объявление темы урока, которую учащиеся записывают в тетрадь.

Ход урока:

2 этап. Устная работа. Мультимедийная презентация (2-7 слайды). 10 минут

Цели первого этапа урока:

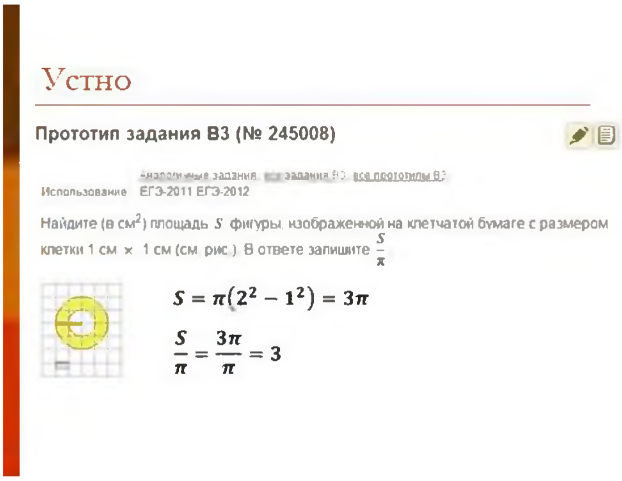
1. Закрепить навыки по умению решать задачи на нахождение площадей фигур на клетчатой бумаге – это задания В3 из открытого банка заданий ЕГЭ по математике;
2. Потренироваться в решении заданий одного из прототипов В9 из открытого банка заданий ЕГЭ по математике. Вспомнить формулу для вычисления диагонали параллелепипеда.
3. Воспитывать честность, ответственность, тренировать внимание.

На сладах 2-7 настроена анимация. То есть ученик решает задания, когда на слайдах только текст самого задания и больше ничего. Выделение фигур и формулы с ответами появляются уже при проверке. На слайде появляется задача из открытого банка заданий ЕГЭ по математике. Учащиеся решают ее в тетради, на черновике или устно. Записывают ответ на подписанный листочек. На задачу дается 1-2 минуты. Заслушиваем 1-2 ответа. После чего просматриваем вместе решение и сверяем ответы. Если ответ правильный учащийся ставит себе «+», если нет, то зачеркивает свой ответ и записывает правильный.

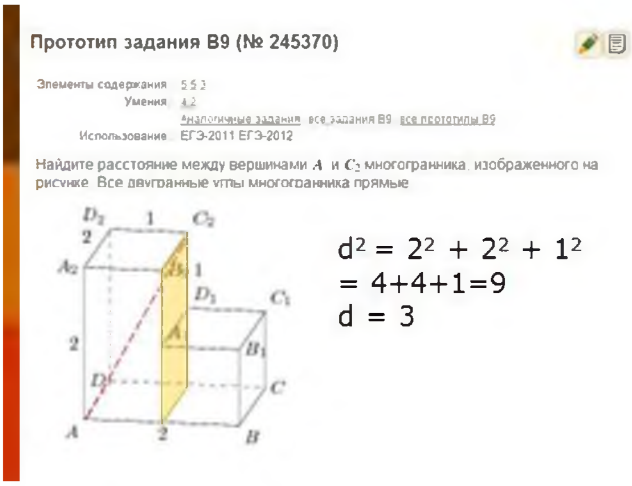
Слайд 2. Как бы не решал учащийся задачу, если он получил правильный ответ, он ставит себе «+». Но просмотрев решение на слайде, он еще раз вспомнит формулу площади треугольника.

Слайд 3. Эту задачу уже нельзя решить по формулам. Нужно выделить прямоугольник. А затем искать площадь фигуры как разность площадей этого прямоугольника и прямоугольных треугольников. Эту технику мы отрабатывали весь 10 класс. Затруднений такие задачи, как правило, не вызывают. Поэтому, сверив ответ с ответом на слайде, большинство учащихся поставит себе «+». Это повысит их уверенность в своих силах, поднимет их самооценку. Если же нет, то это вычислительная ошибка, ученик следующий раз будет более внимательным.

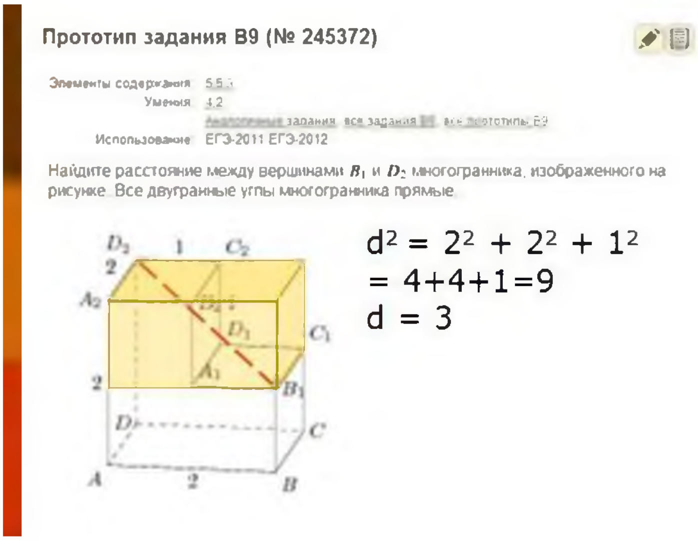
Слайд 4. Все то же самое, только при выделении прямоугольника, не все получившиеся фигуры прямоугольные треугольники. Поэтому требуется дополнительное разбиение на треугольники и прямоугольники. Но особых проблем это не вызывает. Если и бывают ошибки, то, как правило, из-за проблем со счетом или по невнимательности.



Слайд 5. Иногда в заданиях B3 нужно все-таки знать формулы. В данном случае формулу площади круга. Тогда площадь кольца можно получить как разность площадей двух кругов. На клетчатой бумаге нужно найти только их радиусы. Такие задачи мы решали в 10 классе, но не так часто как предыдущие. Поэтому, кто вспомнит или сообразит, получит моральное удовлетворение, а кто нет – ничего страшного. Теперь будет знать, что решение здесь еще проще, чем в предыдущих заданиях и намного меньше проблем со счетом. А формулы нужно учить.



Слайд 6. Это задание В9. Учащиеся часто пугаются таких заданий. Видят какие-то непонятные фигуры и сразу сдаются. Или начинают вычислять, выделяя прямоугольные треугольники. Один затем – другой. Если не ошибутся в вычислениях, то получат правильный ответ. Моя цель показать, что расстояние между заданными вершинами – это диагональ параллелепипеда. И напомнить формулу, по которой она вычисляется. Вычисления получается проще, чем в заданиях В3.



Слайд 7. Это для закрепления полученных навыков.

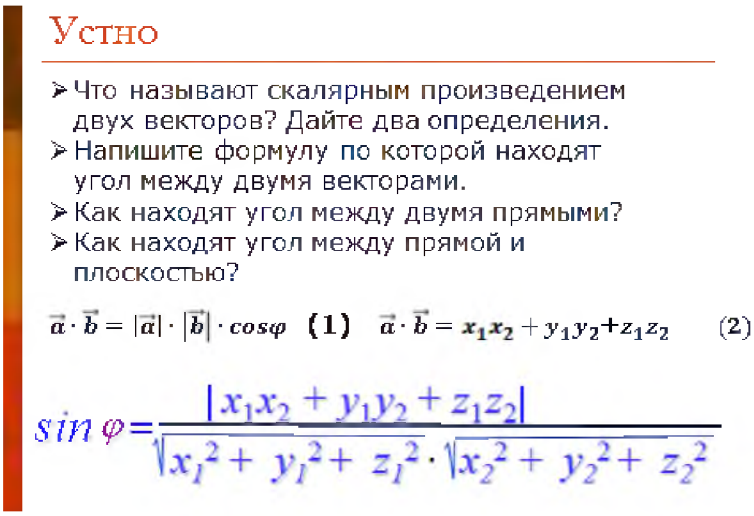
<u>3 этап. Физкультминутка. 1 минута.</u>

Цель: снять напряжение, настроиться на восприятие нового материала.

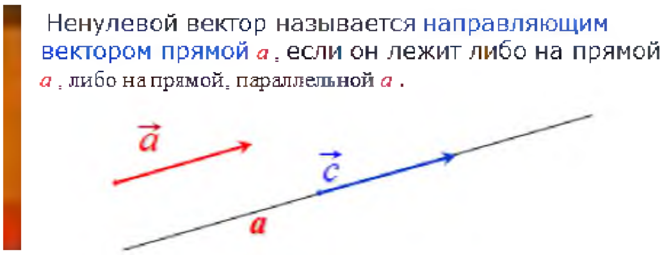
- Сидя, подняли руки вверх, за голову, локти в сторону, выровняли спину, опустили руки. Сделали 3-4 поворота головы в одну и другую сторону.
- Упражнение для спины и плечевого сустава. Руки к плечам, локти в сторону, лопатки сдвинуть, спину выровнять и сделать 3-4 круговых движения в одну и другую сторону.
- Упражнение для глаз. Поднять глаза на доску, затем на тетрадь и так 3-4 раза.

<u>4 этап. Подготовительный этап к объяснению нового материала.</u> (Мультимедийная презентация слайды 8-11). 4 минуты.

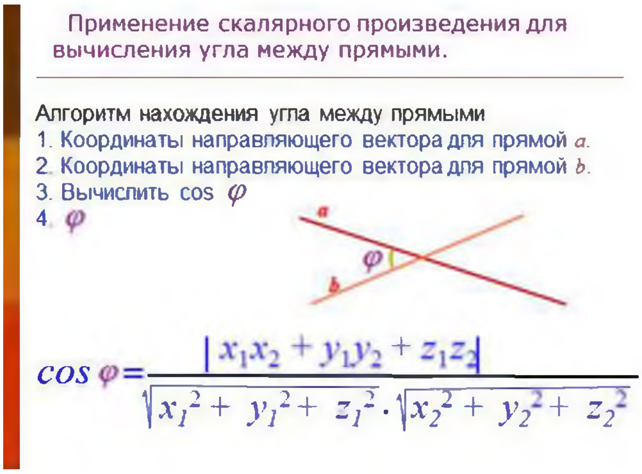
Цель: вспомнить ранее изученный материал.



Первый ученик выходит и записывает две формулы для скалярного произведения. Второй формулу для вычисления косинуса угла между двумя векторами. Третий просто исправляет формулу, чтобы по ней можно было уже находить угол между двумя прямыми. Четвертый еще раз исправляет формулу, заменяя косинус синусом. А мы просматриваем слайд. Никаких записей в тетради не делаем, все эти формулы в тетради уже есть. Обращаем внимание, что помнить нужно первые две формулы, остальные получаются из них.



Просто вспоминаем определение направляющего вектора прямой. Никаких записей в тетради не делаем, они уже есть.



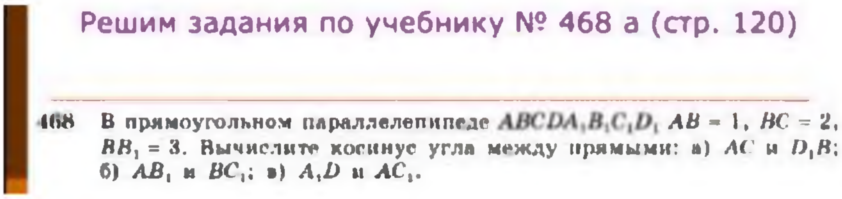
Просто просматриваем слайд, вспоминаем алгоритм нахождения угла между прямыми. Отвечаем на вопрос учителя, откуда берутся x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2?

Просто просматриваем слайд, вспоминаем алгоритм нахождения угла между прямой и плоскостью. Отвечаем на вопрос учителя, откуда берутся x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2?

5 этап. Решение задач по учебнику. 23 минуты

Цель: научить применять полученные знания для решения стереометрических задач. Это задачи С2 из ЕГЭ по математике.

1) Решаем № 468 а из учебника. 5 минут



Этот слайд показываем только для того, чтобы все открыли учебник на странице 120 и нашли № 468 а. После этого мультимедийный проектор можно отключить на время решения задачи.

К доске вызывается ученик, который записывает: дано, что требуется найти. Делает чертеж на доске в клеточку. Проводит прямые. Видим, что это скрещивающиеся прямые. Искать угол между ними обычными средствами довольно сложно.

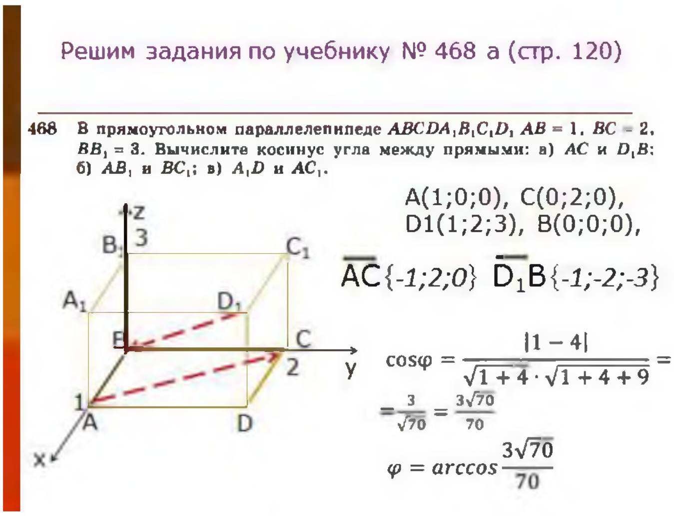
Затем учитель задает вопрос: мы с вами умеем находить углы между прямыми, зная координаты направляющих векторов этих прямых, но в задаче ни слова не сказано ни о каких координатах. Как быть?

Нужно взять и самим ввести систему координат в пространстве. Вспомним требования к координатным прямым Ох, Оу и Оz. Они должны быть взаимно перпендикулярны и пересекаться в начале координат. Таким образом, началом координат у нас может быть любая вершина прямоугольного параллелепипеда, так как в ней пересекаются три взаимно перпендикулярных ребра. Но удобнее брать вершину внизу, тогда координаты по оси Оz будут положительными. Положительные направления по осям Ох и Оу желательно выбирать так, чтобы и там координаты были положительными. Хотя это не принципиально. Просто работать с положительными числами проще.

Ученик сам (или с помощью учителя) выбирает вершину, проводит координатные оси, задает положительные направления. Затем в полученной системе координат находим:

1) координаты точек A, C, D_1, B;
2) координаты векторов AC и D_1B;
3) находим по формуле косинус угла между прямыми;
4) находим угол между прямыми. Записываем ответ.

После этого можно включить проектор и прощелкать весь 12 слайд. Даже лучше, если оси на доске будут выбраны не так как на слайде. Главное, что бы ответ сошелся. И учащиеся убедились, что правильный ответ не зависит от выбора координатных осей.



2) Решаем № 467 а (стр. 120) из учебника. (7 минут)
Решаем у доски. К доске вызывается ученик, который записывает: дано, что требуется найти. Делает чертеж на доске в клеточку, точнее стирает лишнее с предыдущего чертежа. Проводит прямые. Теперь ученик уже сразу вводит систему

координат, но в отличие от предыдущей задачи, здесь не даны длины ребер. Сказано только, что AB = BC = $\frac{1}{2}AA_1$. Обозначим AB = BC = ***a*,** тогда $AA_1 = 2$***a*.**

Затем в полученной системе координат находим:

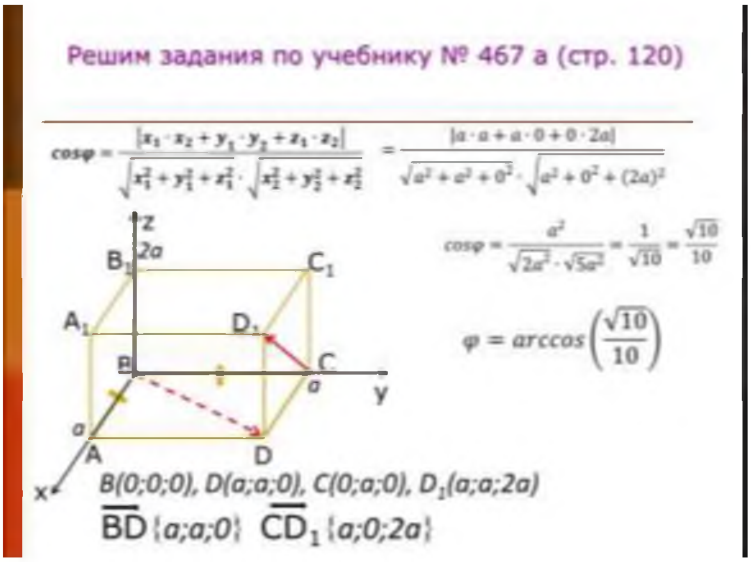
1) Координаты точек B, D, C, D_1; все они будут выражены через a.

2) Координаты векторов BD и CD_1; все они будут выражены через a.

3) Находим по формуле косинус угла между прямыми; здесь a сократится, останется число.

4) Находим угол между прямыми. Записываем ответ.

После этого можно включить проектор и прощелкать весь 13 слайд. Учащиеся еще раз просмотрят весь ход решения, убедятся, что их ответ правильный, а если нет, то будут искать ошибку у себя или на слайде.



3) Решаем задачу С1 из краевой контрольной работы (Декабрь 2011, МАТЕМАТИКА, 11 класс). Текст задачи на 14 слайде. (12 минут)

C1. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат $ABCD$ площади 8. Через диагональ BD основания и середину M ребра CC_1, длина которого равна 4, проведена плоскость. Найдите угол (в градусах) между этой плоскостью и ребром BC.

Вызванный ученик записывает дано, что нужно найти. Делает чертеж. Показывает сечение параллелепипеда заданной плоскостью. Вспоминает, что называют углом между прямой и плоскостью. Нам нужно опустить перпендикуляр из точки С на данную плоскость. Но куда попадет перпендикуляр? Задачу можно решить обычными методами, но это не так просто. Пытаемся применить координатный метод. Для нахождения угла между прямой и плоскостью нам нужен направляющий вектор прямой ВС, с этим проблем нет. Но нам нужен еще и вектор перпендикулярный к заданной плоскости, пусть это будет вектор СК. Координаты точки К(x;y;z).

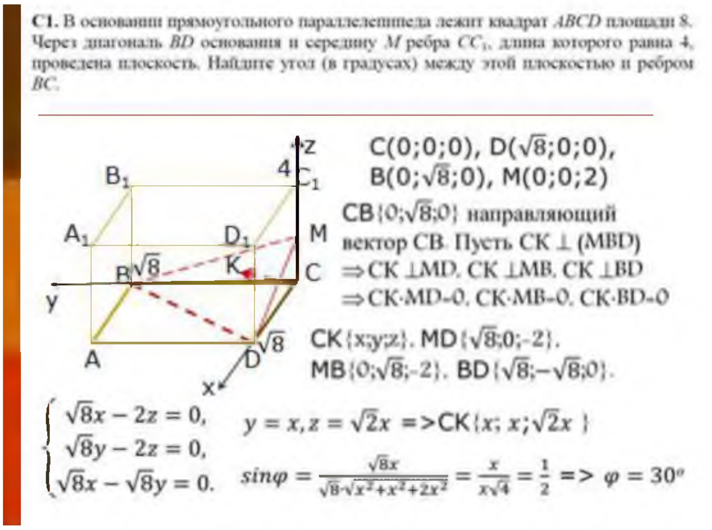
1) Вводим систему координат. Видим, что за начало координат удобнее взять точку С.
2) Находим координаты точек С, D, M, B.
3) Находим координаты векторов ВС, MD, MB, BD.
4) Координаты вектора СК{ x;y;z }неизвестны. Нужно выразить их все через одну какую-то переменную.

Так как вектор СК ⊥ (BDM) => СК ⊥ BD, СК ⊥ DM, СК ⊥ BM (любой прямой лежащей в плоскости), => СК · BD = 0, СК · DM = 0, СК · BM = 0.

5) Подставив координаты векторов в равенства СК · BD = 0, СК · DM = 0, СК · BM = 0 и решив полученную систему. Получим, что $y = x$, $z = x\sqrt{2}$. Тогда координаты вектора СК$\{x;x;x\sqrt{2}\}$
6) Теперь можно по формуле найти синус угла между прямой и плоскостью.

Зная синус, найти и сам угол. Записать ответ.

После этого можно включить проектор и прощелкать весь 14 слайд. Учащиеся еще раз вспомнят весь алгоритм решения, увидят запись решения, которая довольно компактна и убедятся в правильности своего ответа.



<u>6 этап. Запись домашнего задания. Подведение итогов. 2 минуты</u>

- **Записывают задание на дом. №** 468 б и 467 б для всех, а № 469 а, только для тех, кто учится на «4-5» или собирается решать С2 на экзамене.

Учитель объявляет оценки, отвечавшим у доски и тем, кто активно работал на уроке: отличился во время устной работы.

При проверке листочков смотрим, верно ли указано количество правильных ответов в устной работе, как учащиеся оценили степень своего усвоения материала по каждому типу заданий, степень сложности урока. Берем на заметку тех, кто материал не усвоил и тех, кто усвоил все. На основании анализа готовится следующий урок.